# Astrophysik I UE
# WS 2016/17

Daniel Steiner, Thomas Schobesberger (Tutor)

## Blatt 2

1. Verifizieren sie durch direktes Einsetzen in die Lane-Emden-Gleichung, dass
$$\theta_5(z) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{3}z^2\right)^{1/2}}$$
für $n = 5$ die Lösung darstellt. Welche Eigenschaften hat $\theta_5$ für $z \to \infty$ und entwickeln sie die Funktion auch um $z = 0$? Haben sie eine Idee, wie man zu dieser Lösung kommt?

2. Entwickeln die Funktion $\theta(z)$ der Lane-Emden-Gleichung um das Zentrum des Sterns, d.h. $z = 0$ und zeigen sie wie die ersten beiden Glieder vom Polytropenindex $n$ abhängen.

3. Berechnen sie den Zentraldruck einer Polytrope und zeigen sie
$$P_\mathrm{c} = W_n \frac{GM^2}{R^4} \quad \text{mit} \quad W_n = \left[4\pi(n+1)\left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2_{z=z_n}\right]^{-1}.$$

4. Jupiter kann relativ gut durch eine Zustandsgleichung von molekularem Wasserstoff
$$P(\rho) = K\rho^2$$
beschrieben werden. Zeigen sie explizit mit Hilfe der Polytropen-Theorie, dass sich die Dichte als
$$\rho(r) = \rho_\mathrm{c}\frac{\sin kr}{kr}$$
berechnen lässt. Die Sache wird einfacher, wenn man eine Differentialgleichung für $f(z)$ mit $\theta(z) = f(z)/z$ betrachtet. Welchen Wert hat $k$?

5. Machen sie für die isotherme Lane-Emden-Gleichung den Ansatz $\psi(\xi) = a_1\xi^2 + a_2\xi^4 + a_3\xi^6 + \ldots$ und bestimmen sie $a_1$, $a_2$ (und eventuell $a_3$) durch Koeffizientenvergleich.