UE Astrophysik 2
SS 2017

Daniel Steiner,
Thomas Schobesberger (Tutor)

Blatt 10

28. Bestimmen Sie die potentielle Energie W für das Plummer-Modell durch händische Integration (anspruchsvoll).
$$W = \frac{1}{2} \int \rho(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r}) d^3 r \ .$$
Hinweis: Dieses Beispiel ist zu umfangreich, um in der UE präsentiert zu werden. Dieses Beispiel bitte einscannen und im vorgesehenen Feld uploaden auf Moodle. Bei ausreichenden Erklärungen und Richtigkeit des abgegebenen Beispeiels vergeben wir hierfür maximal 4 Punkte (abgestuft nach Fehlergrad).

29. Sie betrachten einen Stern, der sich in einer zylinderförmigen, kreisrunden, nicht rotierenden Scheibe mit konstanter Dichte $\rho(r) = \rho_0$ an einem Punkt $\mathbf{r} = (0, 0, z)^T$ befindet. Die Scheibe sei durch die Mengen $z' \in [-H, H]$, $\varphi' \in [0, 2\pi]$, $r' \in [0, R]$ beschrieben, der Mittelpunkt der Scheibe sei der Koordinatenursprung und die z-Achse liege normal zur Grundfläche bzw. zur Deckfläche der Scheibe. Berechnen Sie die Gravitationskraft $\mathbf{f}(\mathbf{r})$, welche die Scheibe auf den Stern ausübt (der Stern bewege sich nur entlang der z-Achse und kann als Massenpunkt aufgefasst werden). Berechnen Sie zur Vertiefung ihrer Kenntnisse das Integral per Hand und verwenden Sie dafür Zylinderkoordinaten,
$$\mathbf{r}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r' \cos(\varphi') \\ r' \sin(\varphi') \\ z' \end{pmatrix} \ ,$$
mit ρ' als Radius und φ' als Winkel jeweils in der xy-Ebene.
$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = G \int \rho(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d^3 r' \ .$$

30. Die Bewegungsgleichung in einem mit $\boldsymbol{\Omega}_b = \Omega_b \mathbf{e}_z$ rotierenden Koordinatensystem lautet
$$\ddot{\mathbf{r}} = -\nabla\Phi - 2(\boldsymbol{\Omega}_b \times \dot{\mathbf{r}}) - \boldsymbol{\Omega}_b \times (\boldsymbol{\Omega}_b \times \mathbf{r}) \ .$$
Zeigen sich durch Multiplikation mit $\dot{\mathbf{r}}$, dass das Jacobi-Integral
$$E_J = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{r}}^2 + \Phi - \frac{1}{2}|\boldsymbol{\Omega}_b \times \mathbf{r}|^2$$
eine Erhaltungsgröße darstellt.