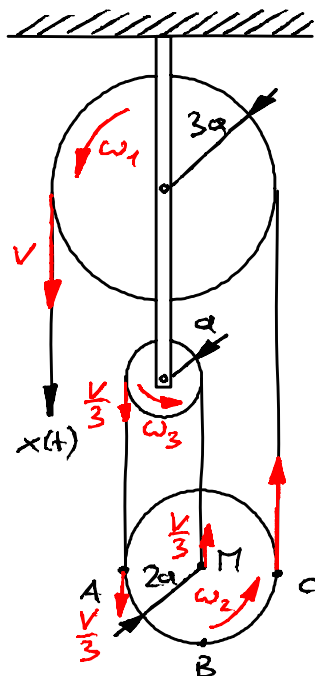




Ein undehnbares Seil wird gemäß Skizze über 3 Rollen geführt. Zwei Rollen sind unverschiebbar gelagert, während sich die dritte Rolle vertikal bewegen kann. Man ermittle den Geschwindigkeits- und Beschleunigungszustand der freien Rolle.

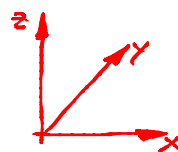
Geg.: $a, x(t)$

Ges.: a) $\vec{v}_M, \vec{v}_A, \vec{v}_B, \vec{v}_C$

b) $\vec{a}_M, \vec{a}_A, \vec{a}_B, \vec{a}_C$

c) $\vec{a}_M$ und $\vec{a}_A$ für $x(t) = ct$

d) Winkelgeschwindigkeiten der 3 Rollen



$$\vec{\omega} = \frac{1}{r^2} (\vec{r} \times \vec{v})$$

$$\vec{v}_p = \vec{v}_a + \vec{\omega} \times \vec{r}_{pa}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{9a^2} (-3a\vec{e}_x \times (-v)\vec{e}_z) = -\frac{3a}{9a^2} v\vec{e}_y = -\frac{1}{3a} v\vec{e}_y$$

Geschwindigkeit an Rolle 3 durch Radienverhältnis zwischen Rolle 1 und Rolle 3 festgelegt.

$$\omega_3 = \frac{1}{a^2} (-a\vec{e}_x \times (-\frac{1}{3}v)\vec{e}_z) = -\frac{1}{3a} v\vec{e}_y$$

Geschwindigkeiten aus rein logischen Überlegungen

$$\vec{v}_C = v\vec{e}_z$$

$$\vec{v}_A = -\frac{1}{3}v\vec{e}_z$$

$$\vec{v}_M = \frac{1}{3}v\vec{e}_z$$

$$\vec{v}_M = -a\omega_2\vec{e}_z$$

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_2 &= \frac{1}{16a^2} (4a\vec{e}_x \times v\vec{e}_z) + \frac{1}{16a^2} ((-4a)\vec{e}_x \times (-\frac{1}{3}v)\vec{e}_z) \\ &= -\frac{4a}{16a^2} v\vec{e}_y - \frac{4a}{48a^2} v\vec{e}_y = -\frac{16a}{48a^2} v\vec{e}_y = -\frac{1}{3a} v\vec{e}_y \end{aligned}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_M + \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{BM} = \frac{1}{3}v\vec{e}_z - \frac{1}{3a}v\vec{e}_y \times (-2a)\vec{e}_z = \frac{1}{3}v\vec{e}_z + \frac{2}{3}v\vec{e}_x$$

$$\vec{a}_p = \vec{a}_a + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_{pa} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{pa})$$

$$\vec{a}_M = -a\dot{\omega}_2\vec{e}_z$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_A &= \vec{a}_M + \dot{\vec{\omega}}_2 \times \vec{r}_{AM} + \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{AM}) = \\ &= -a\dot{\omega}_2\vec{e}_z + \dot{\omega}_2\vec{e}_y \times (-2a)\vec{e}_x + \omega_2\vec{e}_y \times (\omega_2\vec{e}_y \times (-2a)\vec{e}_x) \\ &= -a\dot{\omega}_2\vec{e}_z + 2a\dot{\omega}_2\vec{e}_z + \omega_2\vec{e}_y \times 2a\dot{\omega}_2\vec{e}_z \end{aligned}$$

$$\vec{a}_A = a\dot{\omega}_2\vec{e}_z + 2a\dot{\omega}_2\vec{e}_x$$

$$\begin{aligned}
\vec{a}_B &= \vec{a}_M + \dot{\vec{\omega}}_2 \times \vec{r}_{BM} + \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{BM}) = \\
&= -a\dot{\omega}_2 \vec{e}_z + \dot{\omega}_2 \vec{e}_y \times (-2a) \vec{e}_z + \omega_2 \vec{e}_y \times (\omega_2 \vec{e}_y \times (-2a) \vec{e}_z) \\
&= -a\dot{\omega}_2 \vec{e}_z - 2a\dot{\omega}_2 \vec{e}_x + \omega_2 \vec{e}_y \times (-2a\dot{\omega}_2) \vec{e}_x \\
\vec{a}_B &= a\dot{\omega}_2 \vec{e}_z + 2a\omega_2^2 \vec{e}_z
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{a}_C &= \vec{a}_M + \dot{\vec{\omega}}_2 \times \vec{r}_{CM} + \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{CM}) = \\
&= -a\dot{\omega}_2 \vec{e}_z + \dot{\omega}_2 \vec{e}_y \times 2a \vec{e}_x + \omega_2 \vec{e}_y \times (\omega_2 \vec{e}_y \times 2a \vec{e}_x) \\
&= -a\dot{\omega}_2 \vec{e}_z - 2a\dot{\omega}_2 \vec{e}_z + \omega_2 \vec{e}_y \times (-2a\dot{\omega}_2) \vec{e}_z \\
\vec{a}_C &= a\dot{\omega}_2 \vec{e}_z - 2a\omega_2^2 \vec{e}_x
\end{aligned}$$

$$x(t) = ct \rightarrow v = \dot{x}(t) = c$$

$$\vec{\omega}_2 = -\frac{1}{3a} c \vec{e}_y \rightarrow \dot{\vec{\omega}}_2 = \emptyset$$

$$\rightarrow \vec{a}_M = \emptyset$$

$$\vec{a}_A = -2a \frac{1}{9a^2} c^2 \vec{e}_x = \frac{2c^2}{9a} \vec{e}_x$$