

EDV2: Autonome Systeme – Wurfparabel

10. Juni 2008

Aufgabe

Ein Objekt wird von einem Turm in 20 m Höhe mit einer Horizontalgeschwindigkeit $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{x}$ abgeschossen.

Nach 100 m befindet sich eine Wand mit einem Loch in 10 m Höhe, durch das dieses Objekt mit einer Toleranz von nur 10^{-4} genau hindurch passt.

1. Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit v_{0x} muss das Objekt vom Turm starten um durch das Loch fliegen zu können?
2. Mit welcher Geschwindigkeit $\vec{v}_L = v_{Lx}\hat{x} + v_{Ly}\hat{y}$ fliegt es durch das Loch?
3. In welcher Entfernung s_x vom Turm und mit welcher Geschwindigkeit $\vec{v}_s = v_{sx}\hat{x} + v_{sy}\hat{y}$ kommt es am Boden an?

Wir wollen für die Erdbeschleunigung den Wert $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ und für die Verzögerung durch die Luftreibung $C_R = 0.01 \text{ m}^{-1}$ verwenden.

Anleitung

Beschleunigung in horizontaler Richtung: $a_x = -C_R v^2 \cos \theta$

Beschleunigung in vertikaler Richtung: $a_y = -g - C_R v^2 \sin \theta$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2, \theta = \arctan(v_y/v_x)$$

1. Stelle ein autonomes System von Diff.gl. 1. Ordnung für dieses Problem auf.
2. Definiere die Anfangsbedingungen am Turm für unser Problem.
3. Adaptiere die Routine zur Durchführung eines Iterationsschritts nach dem Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung.
4. Schreibe eine Funktion, die die Höhe des Objekts (y-Koordinate) an der Wand bestimmt.
5. Variiere die Anfangsgeschwindigkeit (*Schießverfahren*), bis das Objekt durch das Loch in der Wand fliegt (Nullstellensuche).
6. Untersuche die Trajektorie mit diesen Anfangsbedingungen, bis das Objekt am Boden auftrifft.